
Volatilidad

Por **Sheldon Natenberg**. Resumen del libro "Option Volatility & Pricing"
adaptado al Mercado de MEFF Renta Variable

La palabra más oída en los últimos tiempos es volatilidad. Casi nunca se pone un número asociado a la misma, lo cual hace más "volátil" el propio término. Volatilidad es movimiento, y éste puede ser descrito conceptual o matemáticamente. Un "gran movimiento" o un "pequeño movimiento" son términos conceptuales, mientras que un "35% de volatilidad" o un "25% de volatilidad" son términos matemáticos; los términos "gran" o "pequeño" son inexactos, mientras que un "35%" o un "25%" significan muy poca cosa para los que las matemáticas suponen un reto. Si lee este documento sabrá usar los resultados de las matemáticas sin tener que ser un matemático. El periódico ABC en su edición dominical y todos los días El PAIS, Expansión, Cinco Días y La Gaceta de los Negocios, le ayudan a cuantificar la volatilidad y lo que es más importante, le dicen lo que el mercado piensa que va a ser la volatilidad futura.

INTRODUCCIÓN

¿Qué es la volatilidad y por qué es tan importante para un operador? La volatilidad es la palabra más usada y quizá menos entendida en el mundo de las opciones. Volatilidad simplemente significa *movimiento*, pero éste concepto no es asimilado bien por los operadores de acciones y futuros, los cuales están acostumbrados a pensar en términos de dirección y no de *movimiento*. Un 10% arriba y un 10% abajo son iguales en términos de volatilidad, pero no para aquél poseedor de un activo para el que un 10% para arriba es "bueno" y un 10% para abajo es "malo".

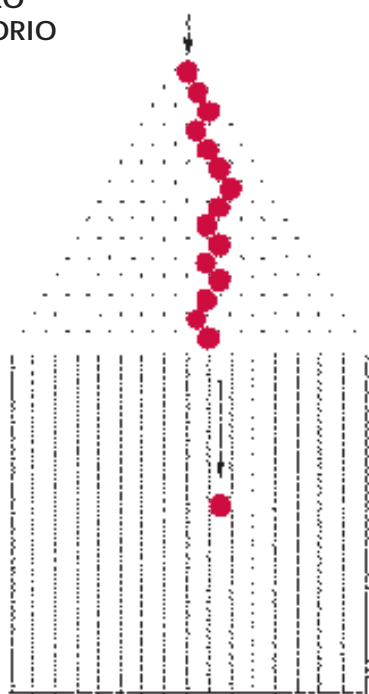
Al operador de opciones también le interesa la dirección del mercado. Pero a diferencia con el operador de contado, el operador de opciones está también muy interesado en la velocidad del mercado. Si el mercado de contado no se mueve con la suficiente velocidad, las opciones disminuirán de valor debido a que se reduce la probabilidad de que el mercado se desplace hacia un determinado precio de ejercicio. En resumen, la volatilidad es la medida de la velocidad del mercado. Los mercados que se mueven despacio son mercados de baja volatilidad, los mercados que se mueven deprisa son mercados de alta volatilidad.

Se puede intuir que algunos mercados son más volátiles que otros. Si podemos cuantificar la volatilidad futura del mercado y la podemos introducir en un modelo teórico de valoración, cualquier valor obtenido será tanto más fiable que si simplemente hubiésemos ignorado la volatilidad. Como los modelos sobre opciones están basados en fórmulas matemáticas, necesitamos algún método para cuantificar el componente de volatilidad y así poder introducirlo en el modelo de forma numérica.

CAMINO ALEATORIO Y DISTRIBUCIÓN NORMAL

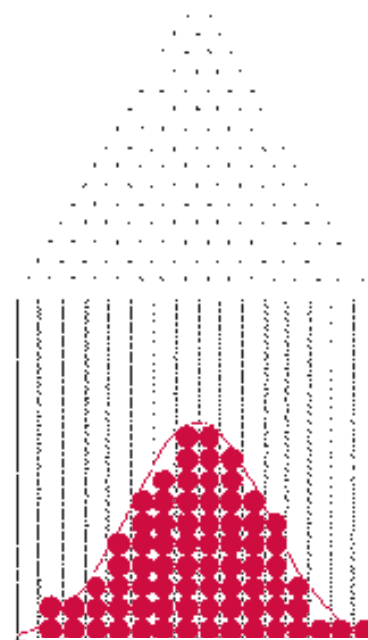
Para una mejor comprensión de la importancia de la volatilidad en la valoración de las opciones, basta con observar la típica máquina de "pinball" que solía haber hace tiempo en los bares, y cuya representación la hacemos en un tablero lleno de clavos que aparece en el Cuadro I. Una vez que la bola alcanza la cima, cae porque el tablero está inclinado. Cada vez que la bola choca con un clavo puede dirigirse a cualquiera de las dos direcciones, derecha o izquierda. Cada camino tiene una misma probabilidad de un 50%. Cuando la bola alcanza el fondo cae en uno de los agujeros (Cuadro II).

PASEO ALEATORIO



CUADRO I

DISTRIBUCIÓN NORMAL



CUADRO II

La trayectoria que toma la bola cuando desciende por el tablero, se conoce como un camino aleatorio ("random walk"). Es aleatorio porque una vez que la bola está en el laberinto, se asume que no se puede manipular para que la bola siga un camino en lugar de otro.

Observe que si hay bastantes bolas descendiendo en el laberinto, empezarán a formar una curva. La curva resultante tiene su parte más alta en la mitad, los extremos se acampanan desde dicha mitad y además la curva es simétrica.

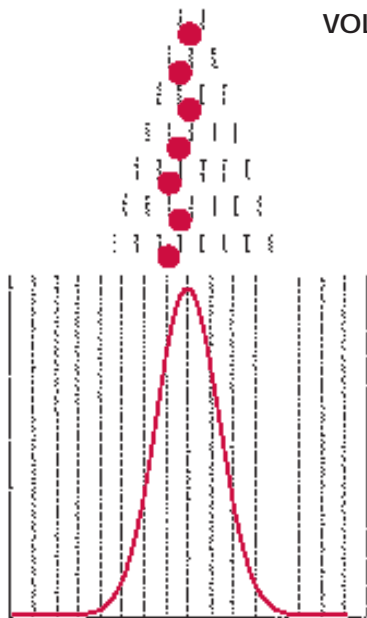
Las curvas de distribución normal son utilizadas para describir las probabilidades de obtener un resultado ante acontecimientos aleatorios. Por ejemplo, la curva del Cuadro II podría también representar los resultados de tirar al aire una moneda y analizar el resultado de "cara" o "cruz". Cada resultado, representaría el número de caras de la moneda que obtendríamos después de cada ciclo de 15 tiradas. Un resultado de valor cero representaría cero caras y 15 cruces, un resultado de valor 15 representaría 15 caras y ninguna cruz. Por supuesto, sería muy extraño tirar una moneda al aire 15 veces y obtener todo caras o todo cruces. Si partimos de que la moneda está perfectamente equilibrada, lo más lógico sería obtener resultados intermedios como 8 caras y 7 cruces ó 9 caras y 6 cruces.

Ahora suponga que quitamos filas de clavos de manera que la bola baje dos niveles antes de encontrarse con otro clavo (Cuadro III). De nuevo, si dejamos caer las suficientes bolas en el laberinto, empezarán a formar una curva. Sin embargo, esta curva aunque sigue siendo simétrica será mucho más estrecha y con un pico mucho más alto.

Por último, bloqueamos algunos de los espacios entre clavos de forma que la bola debe moverse a izquierda o derecha varios clavos antes de poder bajar al siguiente nivel (Cuadro IV).

Ahora, la curva resultante tendrá un pico muy bajo, y estará

**DISTRIBUCIÓN
BAJA
VOLATILIDAD**



CUADRO III

más esparcida que las curvas anteriores.

Si asumimos que los movimientos de los precios del subyacente siguen un camino aleatorio ("random walk"), cada una de las curvas anteriores podría representar la distribución posible de precios del subyacente a vencimiento. Podemos designar a la primera curva como una distribución de moderada volatilidad (Cuadro II), la segunda curva como una distribución de baja volatilidad (Cuadro III), y la última curva como una distribución de alta volatilidad (Cuadro IV).

Si escogemos un precio de ejercicio alejado del precio actual del subyacente, nos podríamos preguntar: "¿Qué distribución tiene mayor probabilidad de alcanzar el precio de ejercicio?"

Si solapamos todas las curvas (Cuadro V), vemos que, a medida que pasamos de una curva de baja volatilidad a una de volatilidad moderada, o a una de alta volatilidad, la probabilidad de que el subyacente se aleje del precio de ejercicio se incrementa notablemente.

De una manera intuitiva, si un determinado subyacente tiene una muy alta probabilidad de alcanzar un determinado precio de ejercicio (distribución con alta volatilidad), una opción sobre ese subyacente deberá ser más cara que si el subyacente de esa misma opción tuviera una probabilidad pequeña de alcanzar ese precio de ejercicio (distribución con baja volatilidad).

Las curvas descritas anteriormente se dice que corresponden a una "distribución normal" o que son del tipo "campana de Gauss". La mayoría de los modelos teóricos de valoración asumen que los posibles precios de un determinado activo subyacente se distribuyen siguiendo una distribución normal. La volatilidad de un determinado subyacente no es sino una medida de la velocidad con que la curva de volatilidad se esparce por ambos lados. Una alta volatilidad indica una distribución

que se esparce muy rápidamente, mientras que una baja volatilidad indica una curva que se esparce muy lentamente.

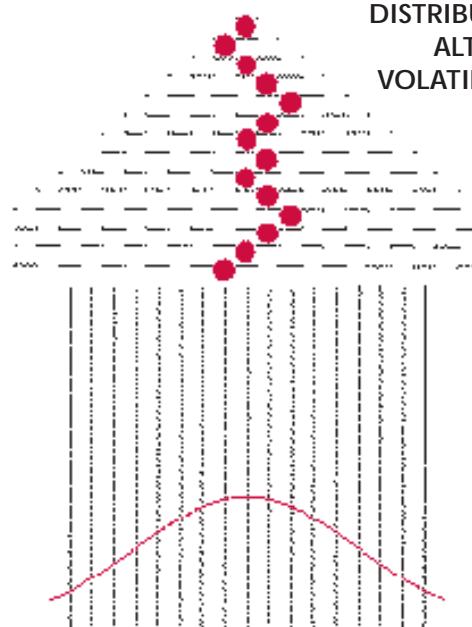
Supongamos ahora que los movimientos de las bolas hacia ambos lados representan el movimiento ascendente o descendente del precio de un determinado subyacente, y el movimiento descendente de las bolas equivale al paso del tiempo. Si consideramos que cada día el precio del subyacente puede aumentar o disminuir de valor en 100 pesetas, la distribución del precio después de 15 días podría estar representada por el Cuadro II. Si consideramos que el precio puede aumentar o disminuir de valor 100 pesetas cada 2 días, la distribución del precio después de 15 días podría estar representada por la curva que figura en el Cuadro III. Y si consideramos que cada día el precio del activo subyacente puede aumentar o disminuir 200 pesetas, la distribución de precios podría estar representada por la curva que figura en el Cuadro IV.

Con el subyacente a 10.000 pesetas (en el medio de la curva) y faltando 15 días para el vencimiento, ¿cómo podríamos valorar la Call de precio de ejercicio 10.500?

Una manera sería la de considerar que los precios siguen un camino aleatorio a lo largo del tiempo y que cada una de las curvas que figuran en los Cuadros II, III y IV representan la probabilidad de distribución después de 15 días. El valor de la opción Call de precio de ejercicio 10.500 en estos tres escenarios se muestra en el Cuadro V.

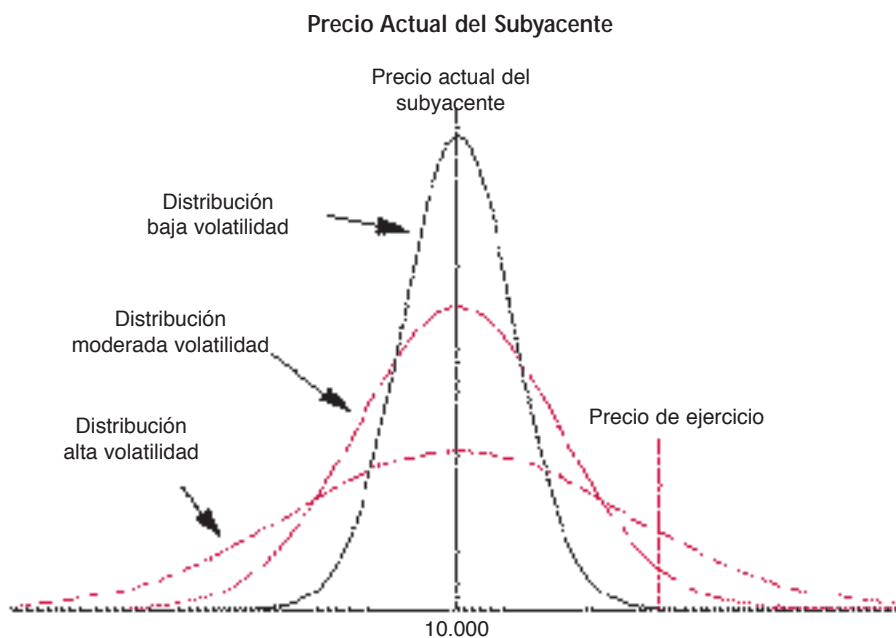
Si consideramos una distribución similar a la del Cuadro III podemos ver que el subyacente tiene muy pocas oportunidades de alcanzar las 10.500 pesetas. Como resultado, el valor de la opción Call de precio de ejercicio 10.500 será bajo. Si consideramos una distribución similar al Cuadro II, hay un aumento de probabilidad de que el subyacente alcance las 10.500, y por tanto, aumentará la probabilidad y aumentará el valor de la opción Call de precio de ejercicio 10.500. Finalmente, si con-

**DISTRIBUCIÓN
ALTA
VOLATILIDAD**



CUADRO IV

PRECIO DE DISTRIBUCIÓN A VENCIMIENTO



CUADRO V

sideramos una distribución similar a la del cuadro IV, existe una alta probabilidad de que la opción de precio de ejercicio 10.500 termine "ejercitable". Como resultado, el valor de la opción aumentará notablemente.

Si consideramos únicamente que el movimiento del precio del subyacente sigue un camino aleatorio, y no tomamos en cuenta la probabilidad en la dirección del movimiento, las curvas de los cuadros II, III y IV podrían representar las distribuciones posibles de precios con una volatilidad moderada, con una baja volatilidad y con una alta volatilidad del mercado, respectivamente. Con un mercado con baja volatilidad, los movimientos de los precios están limitados y en consecuencia las opciones dispondrán de primas relativamente bajas. En un mercado de alta volatilidad los cambios para movimientos de precios más alejados aumentan considerablemente y las opciones tendrán primas altas.

Como las diferentes distribuciones de precios del Cuadro V son simétricas, podría parecer que el aumento en la volatilidad no tiene efectos en el valor de la opción. Después de todo, un aumento en la volatilidad podría incrementar la probabilidad de un gran movimiento ascendente, pero sería compensado por la misma probabilidad de un gran movimiento descendente. En este caso, sin embargo, es importante distinguir entre una posición en opciones y una posición en el subyacente. A diferencia de lo que ocurre con el subyacente, las pérdidas potenciales de las opciones son limitadas. No importa cuánto esté cayendo el mercado, la opción Call sólo puede llegar a cero. En nuestro ejemplo, tanto si el mercado cierra a 8.000 pesetas como si cierra a 10.400 pesetas a vencimiento, la opción Call de precio de ejercicio 10.500 no tendrá valor. Sin embargo, si compramos el subyacente por 10.000 pesetas existe una tremenda diferencia entre si el mercado cierra a 8.000 pesetas o si cierra a 10.400 pesetas. Con el subyacente todos los resultados finales son importantes. En la opción, sólo aquellos resultados que produzcan que la opción finalice "in-the-money"

(en dinero, es decir, ejercitable) son importantes. En el cuadro V sólo nos interesan aquellos valores que quedan a la derecha del precio de ejercicio. Todos los demás valen cero.

Esto nos lleva a una importante distinción entre valoración del subyacente y valoración de una opción. Si consideramos que los precios están distribuidos a lo largo de una curva de distribución normal, el valor del subyacente depende de dónde esté localizado el pico de la curva, mientras que el valor de la opción depende de lo más o menos abierta que esté la curva.

MEDIA Y DESVIACION ESTÁNDAR

Supongamos que queremos utilizar el concepto de movimiento de precios basado en curvas de distribución normal en un modelo teórico de valoración de opciones. Para realizarlo necesitamos un método que describa las características de la curva del modelo. Como el modelo está basado en conceptos matemáticos necesitamos describir la curva en términos numéricos para poder entonces introducirlos en el modelo.

Así como en el cuadro IV, existe una alta probabilidad de que la opción de precio de ejercicio 10.500 termine "ejercitable". Como resultado, el valor de la opción aumentará notablemente.

Afortunadamente, la curva de la distribución normal puede ser totalmente descrita con dos parámetros, la media y la desviación estándar. Si sabemos que la distribución es normal y también conocemos estos dos parámetros, entonces conocemos todas las características de la distribución.

Gráficamente, podemos interpretar la media como el punto donde se alcanza la parte más alta de la curva, y la desviación estándar como la medida de la velocidad a la que se extiende la curva. Las curvas que se extienden muy deprisa, como la del Cuadro IV, poseen una desviación estándar alta; las curvas que se extienden muy despacio, como la del Cuadro III, poseen una desviación estándar baja.

Mientras que la media no es otra cosa que un promedio de resultados y por tanto es un concepto muy familiar para muchos operadores, la desviación estándar puede no resultar tan familiar. Es importante mencionar que no se necesita saber cómo se calcula cada uno de estos parámetros para tener éxito en la negociación de opciones. Lo que es importante para un operador de opciones es la interpretación de estos parámetros, más concretamente, qué sugieren la media y la desviación estándar en términos de probabilidad del movimiento del precio.

Volvamos al Cuadro II con el ejemplo del laberinto que tiene numerados los agujeros del 0 al 15. Propusimos que esos números podrían representar el número de caras para 15 tiradas al aire de una moneda.

Alternativamente, podrían también representar el número de

veces que la bola cae a la derecha de cada clavo al bajar a lo largo de la máquina. Al primer agujero se le asigna el cero ya que cualquier bola que termine en este agujero debe haber ido siempre a la izquierda de cada uno de los pinchos. El último agujero es el 15, lo que indica que una bola que cae en este agujero siempre ha ido desplazándose a la derecha de cada clavo.

Supongamos que nos dicen que la media y la desviación estándar del Cuadro II son de 7,5 y de 3 respectivamente. ¿Qué nos indica esto respecto a la distribución? La media nos indica un promedio de resultados. Si sumamos todos los resultados y los dividimos entre el número de veces que los hemos producido, el resultado será 7,50. Volviendo al laberinto, el promedio resultante caerá a medio camino entre el agujero 7 y el 8. La desviación estándar no sólo describe la velocidad a la que se extiende la curva sino también nos indica la probabilidad de que la bola termine en un agujero específico o en un grupo de agujeros. En particular, la desviación estándar nos dice la probabilidad de que una bola finalice en un agujero a una distancia específica de la media. Por ejemplo, podríamos querer conocer la probabilidad de que una bola caiga a través del tablero y termine en un agujero por debajo del quinto o por encima del décimo.

Podríamos contestar a esta pregunta determinando cuántas desviaciones estándar la bola deberá moverse de la media, y entonces determinar la probabilidad asociada a ese número de desviaciones estándar.

La probabilidad exacta asociada con cualquier número de desviaciones estándar puede encontrarse en manuales sencillos de estadística. Alternativamente, las probabilidades pueden ser calculadas aproximadamente utilizando la fórmula apropiada. Para los operadores de opciones las siguientes aproximaciones podrán resultarles útiles:

± 1 desviación estándar engloba aproximadamente un 68,3% (cerca de 2/3) de todos los casos.

± 2 desviaciones estándar engloban aproximadamente un 95,4% (cerca de 19/20) de todos los casos.

± 3 desviaciones estándar engloban aproximadamente un 99,7% (cerca de 369/370) de todos los casos.

Observe que cada número de desviación estándar va precedida de un signo más-menos (±) debido a que las distribuciones normales son simétricas, la probabilidad de un movimiento hacia arriba o hacia abajo es idéntica en ambos casos.

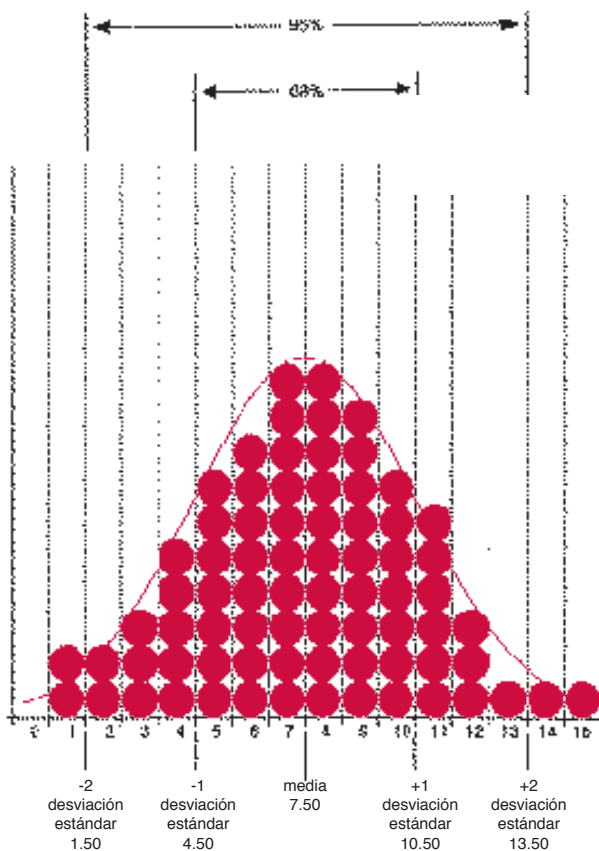
Ahora vamos a intentar responder a la pregunta sobre la probabilidad de que la bola caiga en un agujero por debajo de la columna 5 o por encima de la columna 10. Fijemos la media en 7,5. Si la desviación estándar es 3, ¿cuántos agujeros abarca una desviación estándar? Si sumamos una desviación estándar a la media obtendremos los siguientes resultados: $7,5 \pm 3 = 4,5$ y $10,5$. Como no existen los "medios" agujeros se puede decir que una desviación estándar abarca los agujeros comprendidos entre el 5 y el 10, ambos inclusive. Sabemos que una desviación estándar abarca alrededor de 2/3 de todos los acontecimientos posibles, por lo que se puede deducir que de tres bolas que introduzcamos en la máquina sólo dos de ellas acabarán entre el agujero 5 y el agujero 10. La tercera bola finalizará en alguno de los agujeros restantes, del 0 al 4 ó del 11 al 15.

Por ello, la contestación a nuestra pregunta sobre la probabilidad de que una bola caiga en un agujero inferior al 5 o superior al 10, es de 1 frente a 3, alrededor del 33%. (Exactamente $100\% - 68,3\% = 31,7\%$). Esto se puede ver en el Cuadro VI.

Veamos otro ejemplo, pero en esta ocasión vamos a pensar en el problema como si fuera una apuesta. Suponga que alguien nos ofrece una apuesta de 30 a 1 a que no podemos dejar caer una bola en el laberinto y que caiga exactamente en los agujeros 14 ó 15. ¿Aceptaríamos esta apuesta? En nuestro ejemplo, si la desviación estándar es 3, dos desviaciones estándar serían 6. Si sumamos dos desviaciones estándar a la media tendremos $7,5 \pm 6 = 1,5$ y $13,5$. Podemos ver en el Cuadro VI que los agujeros 14 y 15 se sitúan fuera de las dos desviaciones estándar. Como la probabilidad de obtener un resultado dentro de las dos desviaciones estándar es de aproximadamente de 19 frente a 20, la probabilidad de obtener el resultado fuera de las dos desviaciones estándar es de 1 frente a 20.

Sin embargo 30 a 1 puede parecer muy favorable. No obstante, recuerde que fuera de las dos desviaciones estándar también se incluye los agujeros 0 y 1. Como las distribuciones norma-

±1 desviación estándar = 68.3% (2/3) Media = 7.50
 ±2 desviación estándar = 95.4% (19/20) Desviación estándar = 3.00
 ±3 desviación estándar = 99.7% (369/370)



CUADRO VI

les son simétricas, la probabilidad de que la bola caiga únicamente en los agujeros 14 ó 15 debe de ser la mitad de 1 a 20, aproximadamente de 1 a 40. Una apuesta de 30 a 1 puede ser mala si no nos compensa suficientemente el riesgo asumido.

Como ya hemos dicho, una aproximación lógica a la hora de valorar opciones es la de asignar una probabilidad a cada uno de los números posibles de precios del subyacente. Si multiplicamos cada posible precio por su probabilidad asociada podemos utilizar el resultado para calcular el valor teórico de la opción. El problema es que tratando con un número infinito de precios y de probabilidades no es fácil trabajar. Afortunadamente, las características de una distribución normal han sido detalladamente estudiadas por lo que las fórmulas, tanto de la curva de distribución normal como del área que dicha curva abarca, son relativamente sencillas de utilizar. Si consideramos que los precios del subyacente están normalmente distribuidos, estas fórmulas representan las únicas herramientas con las cuales podemos obtener el valor teórico de una opción. Esta es una de las razones por la que Black y Scholes adoptaron la distribución normal como parte de su modelo.

PRECIO DEL SUBYACENTE COMO MEDIA DE UNA DISTRIBUCIÓN

Ahora que hemos decidido describir los precios en función de una distribución normal, ¿cómo podemos aplicar esa distribución a un modelo teórico de valoración? Como todas las distribuciones normales pueden ser descritas con la media y con la desviación estándar, utilizaremos esos dos números en nuestro modelo de valoración.

Cuando introducimos el precio actual de cotización de un activo subyacente estamos introduciendo la media de la curva de una distribución normal. Una premisa importante del modelo de Black y Scholes es que, a largo plazo, con las operaciones en contratos subyacentes no se acaba ni ganando ni perdiendo dinero. Bajo esta consideración, la media de la curva de distribución normal del modelo debe ser el precio al cual la operativa en el contrato del subyacente, ya sea de compra o de venta, debería de dar un resultado en el que ni se ganase ni se perdiese dinero. ¿Cuál es ese precio? La respuesta va en función del tipo de subyacente que se esté negociando.

Supongamos que el operador compra un contrato de futuro del IBEX-35 a 10.000 y los mantiene durante tres meses. ¿Qué precio deben tener esos contratos de futuros al final de los tres meses para que el operador ni gane ni pierda dinero? Como los contratos de futuro no entrañan costes de financiación y no pagan dividendos (financiación y dividendos ya están incluidos en el precio), el precio dentro de tres meses al que ni se gana ni se pierde es exactamente el precio al que se ha hecho la operación en su origen, 10.000.

Ahora suponga que el operador compra una acción por 10.000 pesetas y la mantiene durante tres meses. ¿A qué precio debe cotizar la acción al cabo de tres meses para que el operador ni gane ni pierda dinero? Debido a que la compra de una acción

requiere su pago inmediato, el precio al que ni se gane ni se pierda dinero incluirá el coste de financiación de las 10.000 pesetas en un periodo de tres meses. Si el tipo de interés es del 5% anual, el coste de financiación de 10.000 pesetas para tres meses es de $5\% / 4 \times 10.000 = 125$ pesetas. Por tanto, la cotización de la acción deberá de ser de 10.125 pesetas al final de los tres meses para que en la operativa ni se gane ni se pierda dinero. Si la acción pagase un dividendo de 75 pesetas durante su periodo de tenencia, el precio de la acción bastará con que sea de 10.050 (10.125-75) pesetas para que en la operativa ni se gane ni se pierda dinero.

En efecto, éste es exactamente el tipo de cálculo que se utiliza en las diferentes formas del modelo de Black y Scholes. Cuando introducimos el precio del subyacente en la fórmula de Black y Scholes, según el tipo de subyacente, el tipo de interés y los dividendos, el modelo calcula el precio del futuro del subyacente a vencimiento haciendo de ese precio la media de la curva de distribución normal.

VOLATILIDAD Y DESVIACION ESTÁNDAR

Además de la media, necesitamos también la desviación estándar con el fin de definir completamente la curva de distribución normal. Con algunas ligeras modificaciones, podemos definir la volatilidad asociada a un subyacente como el cambio de precio en una desviación estándar, expresado en tanto por ciento, al finalizar un periodo de un año.

Por ejemplo, supongamos que un contrato de futuro sobre IBEX-35 se está negociando a un precio de 10.000 y tiene una volatilidad del 20%.

Este 20% representa una desviación estándar en los cambios de los precios, y por tanto esperamos que dentro del periodo de un año los mismos contratos de futuro se estén negociando entre 8.000 y 12.000 ($10.000 \pm 20\%$) aproximadamente un 68% del tiempo; entre 6.000 y 14.000 ($10.000 \pm (2 \times 20\%)$) aproximadamente un 95% del tiempo; y entre 4.000 y 16.000 ($10.000 \pm (3 \times 20\%)$) aproximadamente un 99,7% del tiempo.

Si el subyacente es una acción que actualmente se está negociando a 10.000 pesetas, el 20% de volatilidad tendrá que aplicarse sobre el precio del futuro de la acción al final de un año. Si el tipo de interés es del 5% y la acción no paga dividendos, el precio del futuro para un año será de 10.500 pesetas. Ahora, una variación de una desviación estándar será del $20\% \times 10.500 = 2.100$ pesetas. Así, durante un año deberíamos esperar a que esa misma acción se situara entre 8.400 pesetas y 12.600 pesetas (10.500 ± 2.100) aproximadamente el 68% del tiempo, entre 6.300 pesetas y 14.700 pesetas ($10.500 \pm (2 \times 2.100)$), aproximadamente un 95% del tiempo, y entre 4.200 pesetas y 16.800 pesetas ($10.500 \pm (3 \times 2.100)$) aproximadamente un 99,7% del tiempo.

Supongamos que al final de un año nos encontramos que nuestros contratos de futuro, que nosotros pensamos que tienen una volatilidad del 20%, están negociándose a 4.000. ¿Quiere decir

esto que nuestra volatilidad del 20% es errónea? Que el precio cambie más de tres desviaciones estándar puede ser improbable, pero no debemos confundir improbable con imposible. Tirando al aire una moneda perfectamente equilibrada 15 veces podrían salir 15 caras, si bien la probabilidad de nuevo es más de 1 entre 32.000 (si no lo cree tire la moneda al aire 1.000 veces y se dará cuenta de la aproximación al resultado anterior). Si la volatilidad correcta era del 20%, la probabilidad de que el precio del futuro pase de 10.500 pesetas a 5.000 pesetas un año después es mayor de 1 entre 1500. Pero una oportunidad entre 1.500 no es imposible, y puede que esta vez haya ocurrido esa vez entre 1.500; desde luego, también es posible que la volatilidad del 20% fuese incorrecta. Pero esto no lo podríamos saber sin mirar las variaciones en los precios de los futuros durante muchos años, para obtener así una distribución de precios representativa.

DISTRIBUCIÓN LOGNORMAL

¿Es razonable considerar que los precios del subyacente siguen una curva de distribución normal? Sin tener en cuenta cual es la distribución exacta de los precios en el mundo real, la distribución normal tiene un serio fallo.

La curva de distribución normal es simétrica. Si consideramos una distribución normal, para cualquier posible movimiento del precio del subyacente en un sentido determinado debe haber la posibilidad de un movimiento de igual magnitud en sentido contrario. Si admitimos la posibilidad de que una acción de 5.000 pesetas suba 7.500 pesetas pasando a valer 12.500 pesetas, podemos también admitir la posibilidad de que esa acción caiga 7.500 pesetas pasando a valer -2.500 pesetas. Como es imposible precios negativos para las acciones, las consideraciones sobre la distribución normal tienen un fallo claro. ¿Qué podemos hacer al respecto?

Hasta ahora hemos definido la volatilidad en términos de cambios de porcentaje en el precio del subyacente. En este sentido, tanto el tipo de interés como la volatilidad son similares dado que ambas representan una *tasa de rentabilidad*. La diferencia fundamental entre los tipos de interés y la volatilidad es que el tipo de interés generalmente tiene una tasa de retorno positiva, mientras que la volatilidad representa una combinación de tasas de retorno positivas y negativas. Si alguien invierte dinero a un tipo de interés fijo, el valor del principal siempre va a aumentar. Pero si alguien invierte en un subyacente con una volatilidad distinta de cero, el precio del subyacente podrá subir o bajar. La volatilidad, que es una desviación estándar, no nos indica nada sobre la dirección de los movimientos.

Debido a que la volatilidad representa una rentabilidad, una cuestión importante es la de analizar cómo se calcula la misma. Por ejemplo, suponga que hemos invertido 1.000.000 de pesetas a un plazo de un año, a un tipo de interés anual del 12%. ¿Cuánto tendríamos al acabar el

año? La respuesta dependerá de cómo se nos paga ese 12% de interés.

POSITIVO

<i>Frecuencia del Pago</i>	<i>Valor después de un año</i>	<i>Rentabilidad Total</i>
12% una vez al año	1.120.000 pesetas	12,00%
6% dos veces al año	1.123.600 pesetas	12,36%
3% cada tres meses	1.125.509 pesetas	12,55%
1% cada mes	1.126.825 pesetas	12,68%
12%/52 cada semana	1.127.341 pesetas	12,73%
12%/365 cada día	1.127.475 pesetas	12,75%
12% compuesto continuamente	1.127.500 pesetas	12,75%

A medida que se hace más frecuente el pago del tipo de interés, si bien al mismo tipo de interés del 12% anual, la rentabilidad total en la inversión aumenta. La rentabilidad es mayor cuando el interés se paga de manera continua.

Aunque menos común, podemos hacer el mismo tipo de cálculo utilizando un tipo de interés negativo. Por ejemplo, suponga que hemos perdido un 12 % anual en nuestra inversión de 1.000.000 de pesetas (tipo de interés = -12%). ¿Cuánto tendremos al final del año? La contestación depende de la frecuencia con la que nuestras pérdidas aumentan.

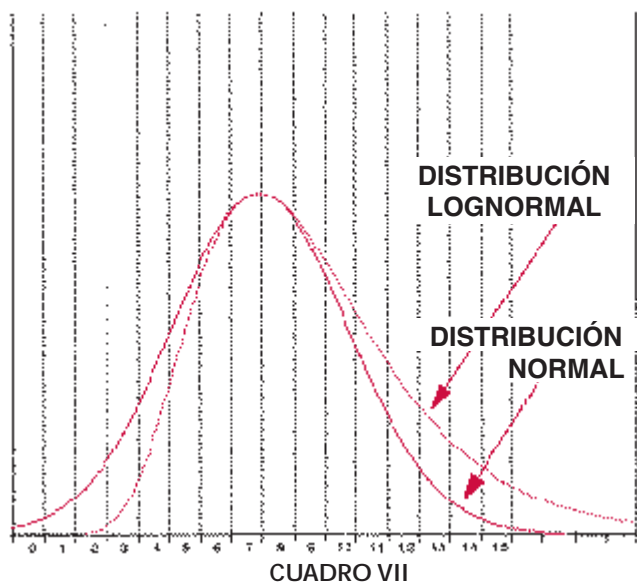
En el caso de tipo de interés negativo, a medida que las pérdidas son calculadas con mayor frecuencia, con el mismo tipo de interés del -12% anual, las pérdidas serán tanto menores y lo mismo ocurrirá con la rentabilidad negativa.

De la misma manera que el interés puede aplicarse en diferentes intervalos de tiempo, la volatilidad también puede aplicarse sobre diferentes intervalos. A efectos de un modelo teórico de valoración de precios para las opciones, se considera que la volatilidad está compuesta continuamente.

¿Qué pasaría si en un momento determinado el precio del subyacente pudiera subir o bajar un tanto por ciento fijado, y estos movimientos al alza o a la baja estuviesen normalmente distribuidos?

Cuando se considera que los cambios en los precios están normalmente distribuidos, el componente continuo de esos cambios de precios causarían que los mismos, a vencimiento, tengan una distribución lognormal. Esta distribución está desviada hacia los valores superiores porque los precios más altos resultantes de una rentabilidad positiva serán mayores, en términos absolutos, que los precios más bajos resultantes de una rentabilidad negativa (Cuadro VII). En nuestro ejemplo con los tipos de interés, al aplicar un interés compuesto del +12% se produce un beneficio de 127.500 pesetas después de un año, mientras que la tasa de rentabilidad del -12% produce una pérdida de tan sólo 113.080 pesetas. Si el 12% fuera la volati-

DISTRIBUCIÓN LOGNORMAL



CUADRO VII

lidad, entonces una desviación estándar positiva en el cambio de precios al final de un año será de +127.500 pesetas, mientras que una desviación estándar negativa será de -113.080 pesetas.

Aunque la rentabilidad sea una constante del 12%, el componente compuesto del 12% tiene una rentabilidad diferente según sean movimientos ascendentes o descendentes.

NEGATIVO

Tipo de Pago	Valor después de un año	Rentabilidad Total
12% una vez al año	880.000 pesetas	-12,00%
6% dos veces al año	883.600 pesetas	-11,64%
3% cada tres meses	885.293 pesetas	-11,47%
1% cada mes	886.385 pesetas	-11,36%
12%/52 cada semana	886.797 pesetas	-11,32%
12%/365 cada día	886.903 pesetas	-11,31%
12% compuesto continuamente	886.920 pesetas	-11,31%

El modelo de Black-Scholes es un modelo continuo en el tiempo. Considera que la volatilidad del activo subyacente es constante durante la vida de la opción pero que esta volatilidad es continua. Estas dos premisas significan que los posibles precios del subyacente al vencimiento de la opción, tienen una distribución lognormal. También explica por qué las opciones con precios de ejercicio altos poseen más valor que las opciones con precios de ejercicio bajos. Por ejemplo, suponga que un futuro del IBEX-35 se está negociando exactamente a 10.000 puntos. Si no tenemos en cuenta los intereses y asumimos una distribución normal de precios, la opción Call de precio de ejercicio 11.000 y la opción Put de precio de ejercicio 9.000, estando ambas 10% "out-of-the-money", deberían de tener

unos valores teóricos idénticos. Pero al considerar el modelo Black-Scholes una distribución lognormal, la opción Call de precio de ejercicio 11.000 siempre tendrá un valor mayor que la opción Put de precio de ejercicio 9.000. En términos absolutos, la distribución lognormal considera mayores los movimientos al alza que los movimientos a la baja. En consecuencia, la opción Call de precio de ejercicio 11.000 tiene mayor posibilidad de tener un valor mayor que la Put de precio de ejercicio 9.000.

Finalmente, la consideración lognormal en la que se basa el modelo de Black-Scholes, resuelve el problema que inicialmente teníamos. Si nosotros admitimos la posibilidad de movimiento ilimitado de precios al alza para cualquier subyacente, la distribución normal nos forzaría a admitir movimientos ilimitados de los precios a la baja. Esto nos obligaría a aceptar la posibilidad de precios negativos del subyacente, cosa que no es posible para los activos financieros.

Podemos por tanto resumir las premisas más importantes que rigen los movimientos de precios en el modelo de Black-Scholes:

- 1) Los cambios de los precios del subyacente son aleatorios y no pueden ser manipulados artificialmente, ni es posible predecir de antemano la dirección hacia la que se van a mover los precios.
- 2) La variación porcentual de los precios de un activo subyacente está normalmente distribuida.
- 3) Debido a que la variación de los precios del activo subyacente se considera continuamente compuesta, los precios del mismo a vencimiento tendrán una distribución lognormal.
- 4) La media de la distribución lognormal estará localizada en el precio del futuro del activo subyacente.

La primera de estas consideraciones puede ser admitida por algunos operadores con cierta resistencia. Los analistas técnicos creen que observando la actividad de precios pasados, es posible predecir la dirección de precios futuros. Se basan en gráficos de cambios de tendencia, continuación de tendencia, soportes, resistencias, etc. para avalar sus conclusiones. El punto importante aquí es que el modelo de Black-Scholes tiene en consideración que los cambios en los precios son aleatorios y que su dirección no es predecible. Esto no quiere decir que la no predictibilidad sea un requisito al utilizar el modelo de Black-Scholes. Sin embargo, la predicción de los precios está enfocada a la magnitud de los cambios en los precios en lugar de en la dirección de los mismos.

Tenemos también una buena razón para cuestionarnos la tercera consideración, la de que los precios tienen una distribución lognormal a vencimiento, lo cual se tratará separadamente. Esta puede ser una premisa razonable para algunos mercados, pero puede resultar pobre para otros. De nuevo, el punto importante para el operador que utiliza modelos teóricos de valoración de opciones es entender las premisas sobre las que se basan los valores teóricos. Entonces podrá tomar sus propias decisiones basadas en sus conocimientos sobre cada mercado en particular, y desde este punto de vista puede comprender cuan exactas son las premisas en las que se basa el modelo y por tanto los valores teóricos que produce.

DESVIACIONES ESTÁNDAR DIARIAS Y SEMANALES

Con una desviación estándar anual, sabemos que la volatilidad nos indica la probabilidad de movimientos de precios de un contrato durante un periodo de tiempo de un año. Sin embargo, este periodo de tiempo es superior a la vida que tienen la mayoría de las opciones que se negocian. Podríamos por tanto querer saber qué nos dice la volatilidad sobre cambios en los precios en un periodo de tiempo más corto, como por ejemplo durante un mes, durante una semana o durante un día.

Una característica importante de la volatilidad es que es proporcional a la raíz cuadrada del tiempo, concepto no fácil de entender por lo que se explicará en documento aparte.

De esta manera, podemos aproximar la volatilidad a un periodo de tiempo inferior a un año dividiendo la volatilidad anual entre la raíz cuadrada del número de periodos estimados.

Supongamos que estamos interesados en la volatilidad diaria. En primer lugar hay que determinar el número de periodos de un día de negociación hay en un año. Si observamos los precios a cierre de cada día ¿Cuántas veces al año pueden cambiar los precios? En un año hay 365 días, pero los precios no varían ni los fines de semana ni los festivos. Esto nos deja cerca de 256 días operativos en un año (tomaremos 256 días ya que su raíz cuadrada es un número entero). La raíz cuadrada de 256 es 16, para aproximarnos a la volatilidad diaria podemos dividir la volatilidad anual entre 16.

Volviendo a nuestros contratos de futuros del IBEX-35 negociados a 10.000 con una volatilidad del 40%, ¿cuál es la desviación estándar de un cambio de precio durante un periodo de un día? $40\%/16 = 2,5\%$, siendo la desviación estándar diaria en el cambio del precio de $2,5\% \times 10.000 = 225$. Esperamos encontrar un cambio en el precio de 225 puntos o menos aproximadamente dos días hábiles de cada tres, y un cambio en el precio de 450 puntos o menor, aproximadamente 19 días operativos de cada 20. Sólo un día de cada 20 podemos esperar un cambio de precio de más de 450 puntos.

Podemos realizar el mismo tipo de cálculo para la volatilidad semanal. Ahora tenemos que preguntarnos cuantas veces al año los precios pueden cambiar si miramos los precios únicamente una vez a la semana. A diferencia de los días negociables, no tenemos semanas festivas, por lo que tendremos que realizar nuestros cálculos utilizando las 52 semanas hábiles de un año. Dividiendo nuestra volatilidad anual del 40% entre la raíz cuadrada de 52, aproximadamente 7,2 tendremos $40\%/7,2 \approx 5,5$. Para nuestros contratos de futuros negociados a 10.000 puntos podríamos esperar un cambio en los precios en una cantidad igual a 555 puntos o menos durante dos semanas de cada tres. El precio cambia 1.110 puntos o menos, 19 semanas de cada 20, y sólo una semana de cada 20 podríamos esperar ver un cambio de precio de más de 1.110 puntos.

La función "Optimum" del programa MEFFPRO distribuido por MEFF, calcula las probabilidades en función de las estimaciones direccionales que Vd. impute y en un plazo que Vd. decide.

Si asumimos que el precio de la acción se aprecia debido al coste de financiación, podría parecer que no podemos utilizar el mismo método (dividir entre 16 para la volatilidad diaria, dividir entre 7,2 para la volatilidad semanal) para aproximarse

al movimiento esperado del activo subyacente. Sin embargo, para periodos cortos de tiempo tanto el componente del coste de financiación, como el componente compuesto de la volatilidad serán relativamente pequeños. Por tanto, podemos utilizar el mismo método para realizar una estimación razonable de la volatilidad diaria y semanal. Por ejemplo, supongamos que una acción está cotizando a 4.500 pesetas y tiene una volatilidad anual del 28%. ¿Cuál es el cambio de precio correspondiente a una desviación estándar durante el periodo de un día y durante el periodo de una semana?

Para la volatilidad diaria calculamos:
 $(28\%/16) \times 4.500 \text{ pesetas} = 78 \text{ pesetas}$

Para la volatilidad semanal calculamos:
 $(28\%/7,2) \times 4.500 \text{ pesetas} = 175 \text{ pesetas}$

Esperamos ver un cambio de precio de aproximadamente 78 pesetas o menos, dos días de cada tres, 156 pesetas o menos, 19 días de cada 20, y sólo un día de cada 20 podríamos esperar ver un cambio de precio de más de 156 pesetas. Sobre la base semanal podemos esperar ver un cambio de precio de 175 pesetas en dos semanas de cada tres, el precio cambia en 350 pesetas o menos, 19 semanas de cada 20, y sólo una semana de cada 20 podemos esperar ver un cambio de precio de más de 350 pesetas.

Hemos utilizado la frase "cambio de precio" junto con nuestra estimación de volatilidad. ¿Exactamente qué queremos decir con esto? ¿Queremos decir con alto/bajo durante un periodo determinado? ¿Queremos decir cambios entre los precios de apertura y de cierre? ¿Existe otra interpretación? Hay varios métodos para estimar la volatilidad, pero el método tradicional calcula la volatilidad sobre la base de los cambios en los precios de cierre o de liquidación. Al utilizar este método, cuando decimos que hay una desviación estándar diaria en los cambios de los precios de 78 pesetas, estamos indicando que el precio cambia 78 pesetas en el precio de cierre de un día con respecto al precio de cierre del día siguiente. El cambio en el alto/bajo, o en el precio de apertura o de cierre puede ser mayor o menor de 78 peseta, pero nosotros nos centramos en la variación entre precios de cierre.

VOLATILIDAD Y CAMBIOS EN LOS PRECIOS

¿Por qué es importante para un operador estar capacitado para valorar los cambios de precios diarios o semanales con una volatilidad anual? La volatilidad es una variable en el modelo teórico de valoración de opciones que no puede ser directamente observada. Muchas estrategias con opciones, para poder tener beneficio, requieren una valoración precisa de la volatilidad. Por tanto, un operador de opciones necesita algún método para determinar si sus expectativas sobre la volatilidad se cumplen realmente en el mercado. A diferencia de las estrategias direccionales, cuyo éxito o fracaso puede verse inmediatamente observando la variación de los precios, para las volatilidades no ocurre lo mismo. El operador debe analizar si está introduciendo una correcta volatilidad en el modelo teórico de valoración.

Por ejemplo, supongamos que una determinada acción se está

negociando a 4.000 pesetas y el operador está utilizando una volatilidad del 30% para su valoración teórica. Una variación de una desviación estándar diaria en el precio equivale, aproximadamente, a $(30\%/16) \times 4.000 = 75$ pesetas. Durante cinco días de negociación el operador observa las siguientes variaciones en los precios de cierre:

+43, -6, -61, +50, -28

¿Son estos cinco cambios en los precios coherentes con el 30% de volatilidad?

El operador espera que se dé un cambio en el precio de más de 75 puntos (una desviación estándar) cerca de un día de cada tres, o entre una y dos veces durante un periodo de cinco días. Durante el periodo de cinco días analizado no se ha visto un cambio en el precio de la anterior magnitud. ¿Qué conclusiones se pueden sacar?. Una cosa es cierta, estos cinco cambios en los precios no son coherentes con el 30% de volatilidad. El operador podría explicar la discrepancia de dos formas distintas. Por un lado, se está esperando una semana tranquila sin ser esto lo normal, debido a que sea una semana en la que la gente está de vacaciones o en la que haya muchos días festivos y que la siguiente semana, cuando la operativa vuelva a la normalidad, los movimientos del mercado sean los correctos y, por tanto, más coherentes con el 30% de volatilidad. Si el operador llega a esa conclusión posiblemente debería de continuar utilizando el 30% de volatilidad para sus cálculos. Por otro lado, probablemente no exista una razón aparente para que el mercado sea menos volátil que la volatilidad que se ha tenido en cuenta.

Puede, simplemente, estar utilizando una volatilidad errónea. Si el operador llega a esta conclusión, posiblemente debe de considerar el utilizar una nueva volatilidad que sea más coherente con los cambios de precios observados. Si continua utilizando 30% de volatilidad frente a cambios de precios significativamente inferiores a las cifras previstas, asignará probabilidades erróneas a los posibles precios resultantes de la acción. En consecuencia generará valores teóricos incorrectos, dificultando la utilización del modelo teórico de valoración.

Vamos a ver otro ejemplo. Ahora el contrato subyacente se negocia a 3.325 pesetas y el operador observa los siguientes cinco cambios en los precios de cierre diarios:

-42, +20, +8, -85, -49

¿Son estos cambios de precios coherentes con un 18% de volatilidad? Al 18%, una desviación estándar en los cambios de los precios es de aproximadamente $18\%/16 \times 3.325 = 37$ puntos. Durante cinco días esperamos ver un cambio de precio de más de 37 pesetas entre una y dos veces. Aquí tenemos un cambio de precio de más de 37 pesetas en tres días de cinco. Además existe un cambio en el precio de 85 puntos (más de dos desviaciones estándar) que esperamos que se realice un día de cada veinte. De nuevo, a menos que el operador crea que el cambio en los cinco precios tiene lugar durante una semana extraordinaria, entonces probablemente deberá de considerar cambiar su volatilidad a una que sea más coherente con los cambios de precios observados.

COMO LEER UN PERIÓDICO

Los periódicos mencionados en la entrada de este documento tienen una columna con la palabra volatilidad para el IBEX y once acciones.

¿Cómo se debe utilizar el dato de dichas columnas?

En primer lugar, debe seleccionar la línea (precio de ejercicio de call o put) más cercana al precio último del futuro del IBEX o de cada una de las once acciones, siempre del mismo vencimiento. Supongamos que hemos elegido el precio de ejercicio 7.450 porque el precio de liquidación del futuro de octubre del IBEX fue 7.447,5. Observamos en dicha línea la cifra 52,7% que es una expresión de volatilidad anual.

En segundo lugar, contamos el número de días que hay entre "hoy" (la fecha del día de la contratación) y la fecha de vencimiento, por ejemplo si estamos a 28 de septiembre y el vencimiento es el 16 de octubre, significa que hay 15 días hábiles.

Con estos datos podemos responder a las siguientes preguntas:

¿Cuánto estima el Mercado que se va a mover el IBEX de un día para otro? El Mercado cree que el IBEX se moverá un $\pm 3,29\%$ o menos, dos de cada tres días (casi el 68% de los días), un $\pm 6,59\%$ o menos, 19 de cada 20 días.

Sólo un día de cada 20 podemos esperar un cambio superior a 6,59%.

¿Cuánto estima el Mercado que se puede mover el IBEX hasta el vencimiento?

$$\frac{52,7\%}{\sqrt{256 / 15}} = 12,76\%$$

Con un 68% de confianza, el IBEX se moverá \pm un 12,76%.